

Propriétés mécaniques de milieux cellulaires soumis aux pressions de turgescence

Sofiane Guessasma

INRA

Unité Biopolymères Interactions Assemblages (BIA)

Nantes 44316, France

sofiane.guessasma@nantes.inra.fr

Résumé

Les tissus cellulaires végétaux sont caractérisés par une architecture cellulaire spécifique qui permet la croissance cellulaire par déformation irréversible. Cette déformation est notamment permise à l'aide la pression de turgescence qui s'exprime comme la différence entre les potentiels hydriques interne et externe. Afin de comprendre le comportement mécanique d'une architecture cellulaire sous pression osmotique et lors d'une sollicitation mécanique, un modèle 2D est développé. La génération d'un tissu cellulaire est explorée par un couplage Voronoi / Monte Carlo dans lequel, la forme, la taille et l'orientation des cellules sont décrites. Un calcul éléments finis est défini en 2D dans lequel la structure est maillée à l'aide d'éléments linéaires sous le code ANSYS. Les conditions de sollicitations sont modifiées pour tenir compte d'une pression homogène sur les parois cellulaires qui varie ou non avec la taille des cellules. Les paramètres élastiques sont discutés et reliés aux caractéristiques microstructurales.

Abstract :

Natural cellular solids share a specific cell architecture allowing the vital growth of the vegetal species by cell wall deformation. The turgor pressure plays a predominant role in the cell exchanges and growth, especially by imposing a local stress equilibrium. In this paper, we are concerned by the development of a typical 2D cellular structure using a hybrid methodology based on Voronoi/ Monte Carlo algorithms. This combination permits to simulate realistic cell architectures characterized by wall curvature, cell shape anisotropy and gradient. The effect of each structural factor is discussed including the pressure variable which depends on the cell size. These effects are related to the overall rigidity of the structure.

Mots-clefs :

milieu cellulaire végétal ; propriétés mécaniques ; calcul éléments finis

1 Introduction

Afin de comprendre le rôle de l'architecture cellulaire dans l'élasticité des tissus soumis à la pression de turgescence, un modèle 2D est développé. La génération du tissu cellulaire est réalisée en 2D à l'aide d'une démarche hybride comprenant un algorithme de Voronoi et une relaxation par Monte Carlo. La première approche permet de contrôler la morphologie des cellules ainsi que la densité relative. La deuxième approche permet d'obtenir la courbure adéquate des cellules qui est une caractéristique principale des tissus cellulaires soumis à la pression de turgescence. Un calcul éléments finis est réalisé pour relier la densité relative aux modules de Young relatifs dans les deux directions de la structure cellulaire. L'effet de chaque facteur est discuté en relation avec la variation de la densité relative afin de dégager une anisotropie possible de la réponse élastique.

2 Génération de la structure cellulaire

Une approche hybride basée sur une génération par Voronoi suivie par une relaxation des interfaces par Monte Carlo est adoptée. Dans une grille de croissance de 500x500 sites, les centres des cellules sont introduits aléatoirement au début de la première étape (Fig. 1a).

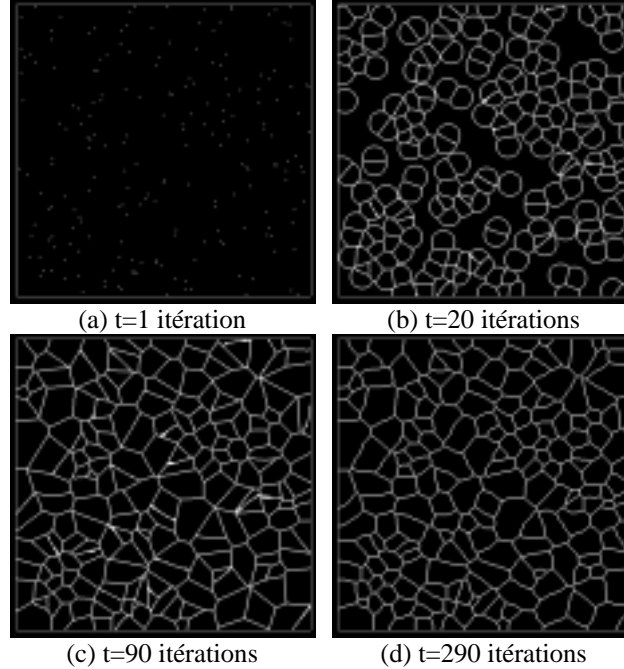


FIG. 1 – Etape de la génération du milieu cellulaire en 2D. (a) germination des centres de cellules. (b) croissance homogène. (c) tessellation Voronoi finale (d) relaxation par Monte Carlo.

Les cellules croissent librement avec une vitesse constante jusqu'à formation des parois cellulaire (Fig. 1b). La tessellation produite est caractérisée par un aspect rectiligne des parois qui est une caractéristique connue de l'algorithme Voronoi (Fig. 1c). les paramètres contrôlés lors de cette étape sont :

- Le nombre de germes (NB) qui permet de varier la densité relative (ρ) qui peut s'écrire

$$\rho = \sum i / A \quad (1)$$

où i est une unité de la phase solide. La densité intrinsèque du matériau solide est unitaire. A est l'aire de la structure cellulaire.

- l'espacement entre les cellules qui définit la forme des cellules comme suit :

$$mx = \frac{\delta x}{\delta y} \quad (2)$$

où mx est le facteur de forme, δx et δy sont les espacements minimaux entre les centres de cellules.

- le gradient de densité des cellules qui est un profil abrupt. Il est défini par la relation

$$grx = \left| \frac{\partial c}{\partial x} \right| \approx \left| \frac{\Delta c}{\delta x} \right| \quad (3)$$

où Δc est la variation de la densité des cellules sur l'axe X .

La relaxation par Monte Carlo intervient pour donner une courbure adéquate aux cellules (Fig. 1d). Dans cette étape, chaque site possède un label qui correspond à celui de la cellule à laquelle

il appartient. Les sites de cellules différentes sont séparés par des unités d'interfaces. La croissance des cellules correspond à l'élimination des interfaces qui représentent l'excès d'énergie dans la structure

$$E = \frac{1}{2} \sum_i^{NX \times NY} \sum_j^S J \delta_{ij} \quad (4)$$

où E est l'énergie du système. J est l'énergie d'une unité d'interface qui sépare deux sites de cellules différentes. S est le nombre de proches voisins. Le facteur 1/2 est requis parce que les couples sont comptés deux fois.

La minimisation d'énergie s'effectue en permettant aux sites d'interfaces de changer de label. Une probabilité d'acceptation du changement de label est corrélée à la variation de l'énergie du système suivant la relation

$$P = \frac{1}{1 + \exp(\beta \Delta \xi)} \quad (5)$$

où β est l'énergie de Boltzmann.

Les itérations sont comptées de la manière suivante : pour la première étape (Voronoi), une itération correspond à l'augmentation du rayon de toutes les cellules d'une unité (un pixel). Pour la seconde étape, une itération représente un nombre de tentatives de changement de label de tous les sites dans la structure. La figure 2 montre des exemples de structures cellulaires fermées en fonction des paramètres de génération.

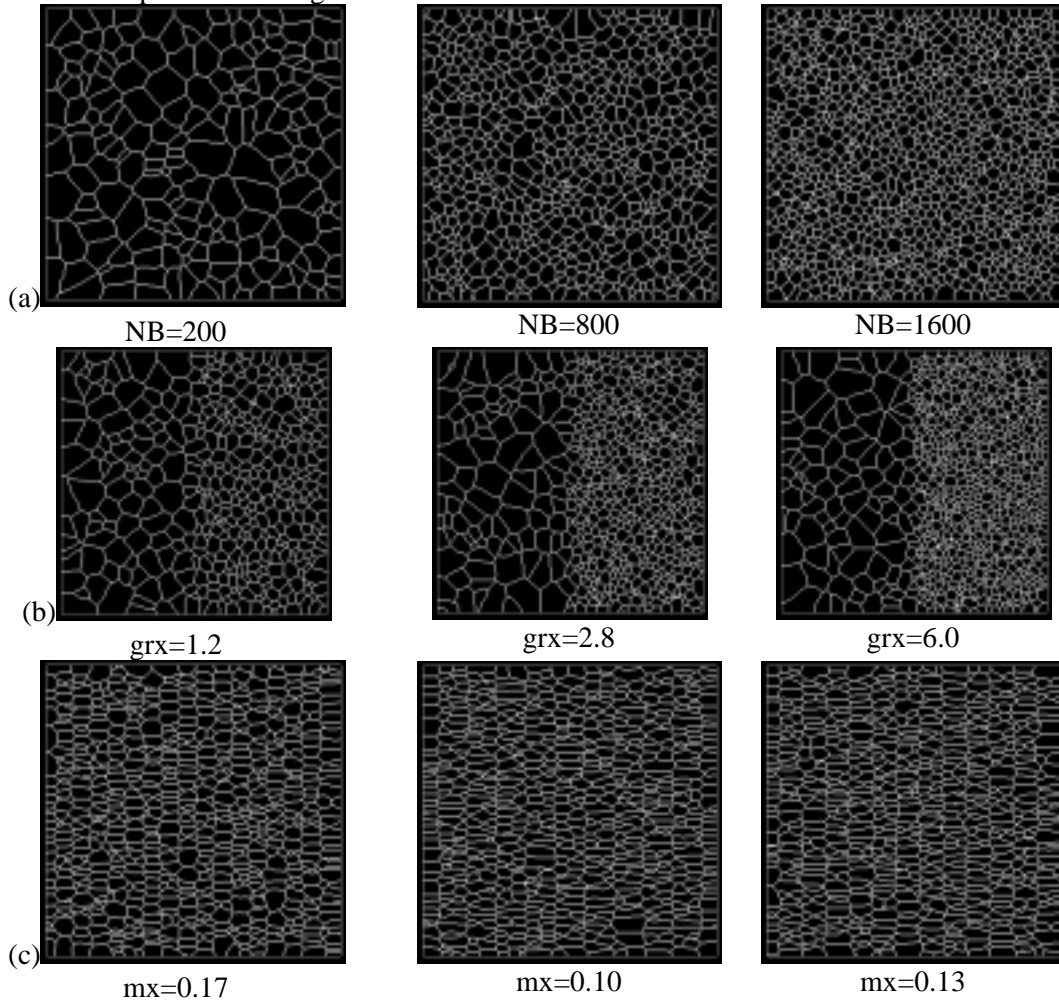


FIG. 2 – Structures cellulaires 2D mettant en évidence l'effet des paramètres de génération. (a) NB (b) grx – equation 3 (c) mx – equation 2.

3. Calcul éléments finis

Les structures générées avec une résolution de 500x500 pixels sont maillées en utilisant des éléments linéiques de type BEAM3 (sous ANSYS). Ces éléments sont isotropes définis par deux nœuds. Trois degrés de liberté sont associés aux éléments poutres (translations dans le plan XY et rotation suivant l'axe Z). La phase solide est définie par sa densité, son module de Young et son coefficient de Poisson ($\nu=0.35$). Six autres constantes sont nécessaires pour permettre l'étude de l'élasticité : taux initial de déformation, constante de flexion, module de cisaillement, moment d'inertie, la constante de cisaillement et masse ajoutée par unité de longueur. Les discontinuités de la phase solide représentent moins de 1% et correspondent aux liaisons pendantes aux bords. Une étude linéaire est entreprise pour calculer les modules E_x , E_y de la structure cellulaire en minimisant l'énergie élastique du système (sans tenir compte de la non-linéarité aux interfaces) par une approche de type gradient conjugué (PCG sous ANSYS). Un essai de compression est simulé en contraignant les nœuds d'une ligne externe à un déplacement axial et une ligne opposée à un déplacement nulle suivant le même axe. La pression de turgescence est simulée comme une condition limite. Elle correspond à une contrainte normale sur les nœuds de tous les éléments de la cellule (Fig. 3).

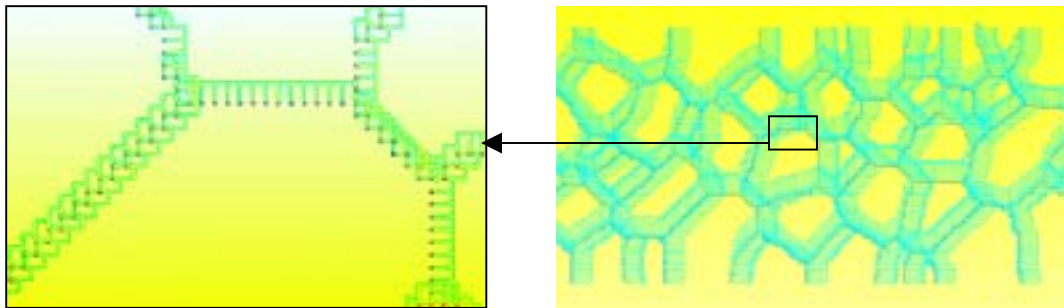


FIG. 3 – Pression sur les parois de cellules par imposition de contraintes normales aux éléments.

La contrainte imposée correspond en réalité à une variation de pression non compensée par les échanges de fluide entre les cellules. Cette pression, ou variation peut ou non dépendre de la taille des cellules.

4 Résultats et discussion

La figure 4a montre l'évolution de la densité relative (ρ) en fonction du temps de calcul. L'augmentation rapide de ρ correspond à première étape (Voronoi). La stabilité correspond à l'obtention de la tessellation Voronoi et donc à l'établissement de toutes les parois cellulaires. La décroissance de ρ est le résultat de la procédure Monte Carlo qui vise à éliminer l'excès d'interfaces par croissance. Il est à noter que plus le nombre de centres de cellules NB est élevé, plus la densité relative finale est significative. La réponse mécanique est similaire sur les deux axes comme le montre la figure 4b ce qui démontre que le processus Monte Carlo est isotrope au regard de la distribution des parois. L'évolution du module relatif E en fonction de ρ pour les structures 2D fermées permet d'établir la corrélation suivante en 2D, Gibson et. al (1997)

$$E=1.5\rho^3 \quad (6)$$

Cette corrélation est valable pour une forme de cellule isotrope (cellules hexagonales) et une épaisseur de parois homogène. Guo et al. (1999) ont étudié le comportement de structures endommagées et ont montré que la présence de défauts permet de varier le prefacteur entre 0.82 et 1.33. Papka et al (1998) trouvent un prefacteur de 1.398 pour une structure de polycarbonate. Dans notre cas, l'exposant prédit par l'approche de génération est plus faible mais est compensé par un prefacteur plus élevé (Fig. 4b).

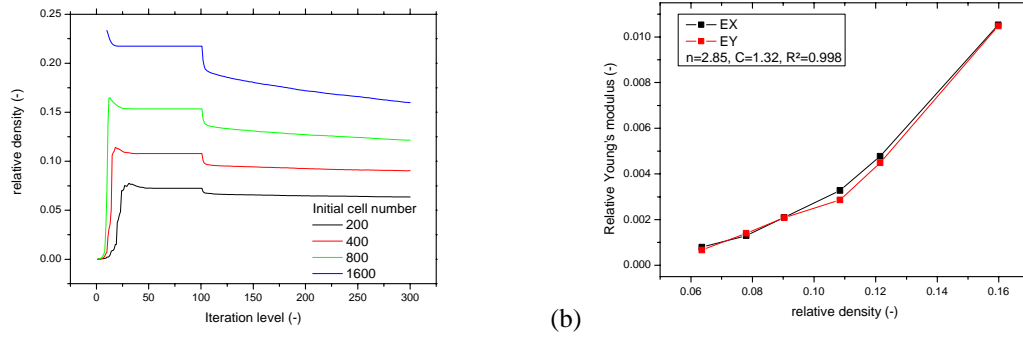


FIG. 4 – (a) Evolution de la densité relative en fonction du nombre de cellules. (b) Prédiction du module de Young relatif en fonction de la densité relative.

Les figures 5ab montrent l'impact de la variation du gradient de densité de cellules sur les modules E_x et E_y . Sur l'axe développant le gradient de taille de cellules, E_x augmente quand g_{rx} diminue. En utilisant la loi des mélanges, il est possible d'expliquer qualitativement ce résultat. En effet, dans la région dense, la densité relative est plus élevée et correspond à une réponse mécanique E_s plus élevée par rapport à la région moins dense, ce qui implique

$$E_x \propto \frac{2E_w E_s}{E_w + E_s} \quad (7)$$

où E_s , E_w sont les modules des régions dense et moins dense, respectivement.

Le module équivalent E_x correspond au produit de la contribution des deux zones ce qui explique la diminution de la rigidité dans la direction du gradient.

Dans la direction perpendiculaire à l'axe du gradient (Fig. 5b), le module évolue inversement par rapport à E_x . En prenant en compte la contribution des deux zones, le module équivalent donne le résultat suivant

$$E_y \propto E_w + E_s \quad (8)$$

La somme des contributions explique donc l'amélioration du module de Young dans la direction perpendiculaire au gradient de taille des cellules.

Les figures 5c et 5d illustrent l'influence du facteur de forme sur l'évolution des modules E_x et E_y . Les cellules étant plus allongées sur l'axe X, cela correspond à une augmentation de la densité linéique de la phase solide sur cet axe comparée à l'axe Y (fig. 2c, Fig. 5c). Par conséquent, E_x est prédit plus élevé quand m_x diminue (c-à-d quand la forme des cellules est plus anisotrope). Sur l'axe perpendiculaire, l'effet inverse est prédit. E_y augmente quand la proportion linéique de la phase solide est plus élevée et donc pour des formes isotropes. Ce résultat est en bon accord avec les prédictions de Silva *et al* (1995) qui ont montré une dégradation du module de Young dans la direction perpendiculaire à la direction d'allongement des cellules.

La figure 6 montre l'effet de la variation de la pression interne sur la réponse élastique. La variation de pression $P_{max}-P_{min}$ est répartie sur les cellules par une fonction linéaire inverse à leur taille. A densité relative fixe, il est établi que l'augmentation de P_{max} augmente significativement la rigidité de la structure.

5 Conclusions

L'implémentation de l'algorithme basé sur une tessellation Voronoi et une relaxation par Monte Carlo permet de représenter la courbure locale des parois de cellules dans un tissu biologique. Les structures 2D simulées peuvent rendre compte des anisotropies rencontrées dans les tissus cellulaires réelles comme la présence de concentration locale de cellules et l'anisotropie de

forme. Le module de Young relatif est isotrope par rapport à la méthode de génération et affiche un comportement qui s'approche de celui des architectures régulières de cellules isotropes. La réponse élastique du matériau cellulaire est sensible à la présence de facteurs d'anisotropie. Les résultats prédits montrent que cette sensibilité est spatiale. La rigidité de la structure est la plus élevée perpendiculairement à l'axe du gradient de densité de cellules et parallèlement à l'axe d'allongement des cellules. La présence d'une pression de turgescence a pour conséquence d'augmenter la rigidité de la structure. Cependant, il n'est pas encore clair si la fréquence des échanges de fluides, qui équilibrent tout changement de pression, est suffisante pour palier à la variation de pression.

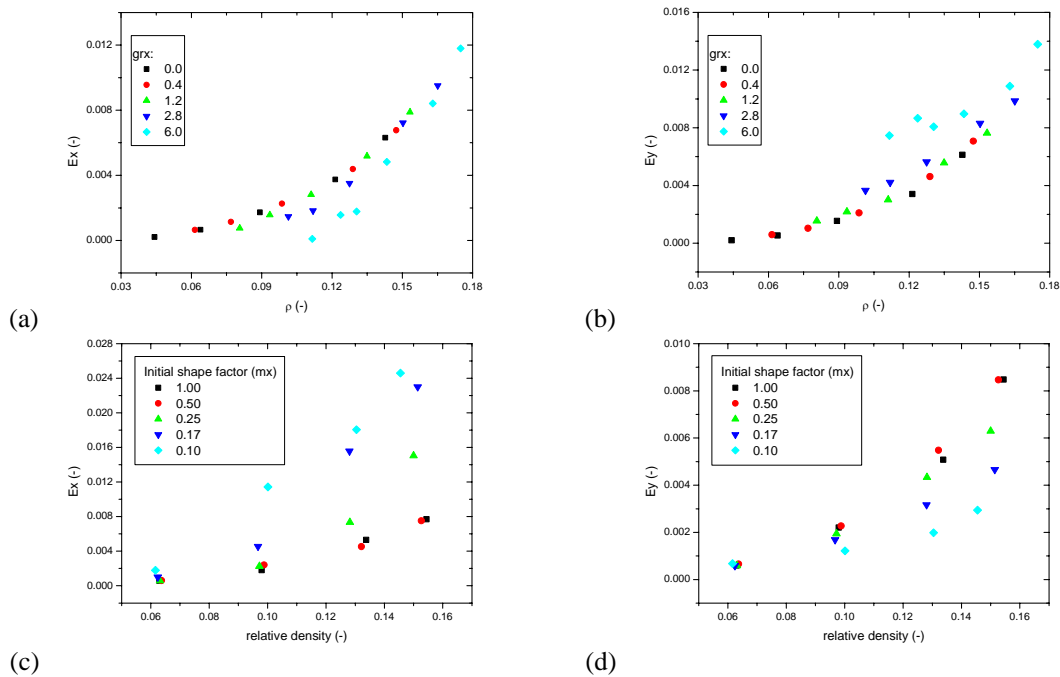


FIG. 5 – Evolution des modules de Young relatifs en fonction de la densité. (a) –(b) effet du gradient de taille de cellules. (c)-(d) effet de l'anisotropie de forme.

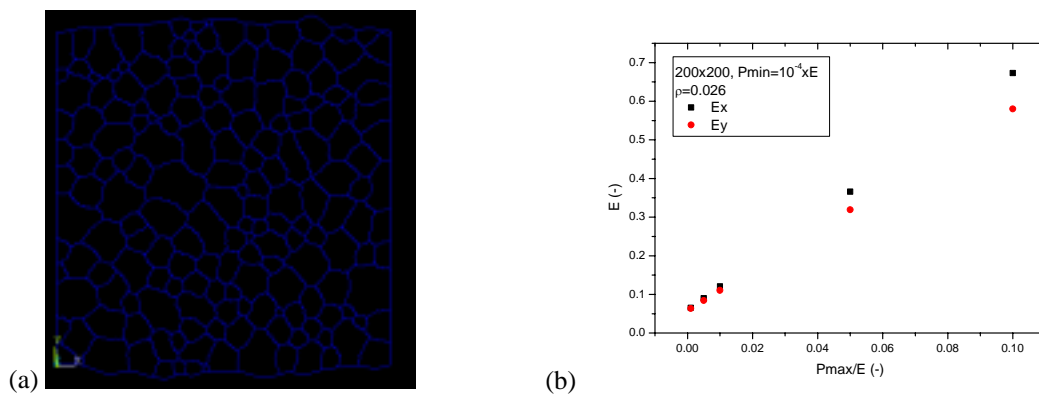


FIG. 6 – (a) Structure cellulaire sous contraintes avec variation de pression interne. (b) Evolution des modules de Young relatifs en fonction du ratio pression / module de Young de la phase solide.

Références

- Gibson, L.J. Ashby, M.F. 1997 Cellular solids. Cambridge, Pergamon Press Ltd.
 Guo, X.E. Gibson, L.J. 1999 Int. J. Mech. Sci. **41**[1] 85-105.
 Silva, M.J. Hayes, W.C. Gibson, L.J. 1995 Int. J. Mech. Sci. **37**[11] 1161–1177.
 Papka, S. Kyriakides, S. 1998 Int. J. Solids Structures **35** [3-4] 239-267.